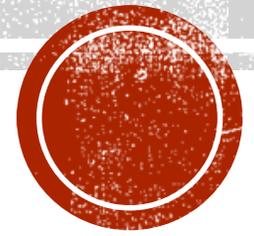
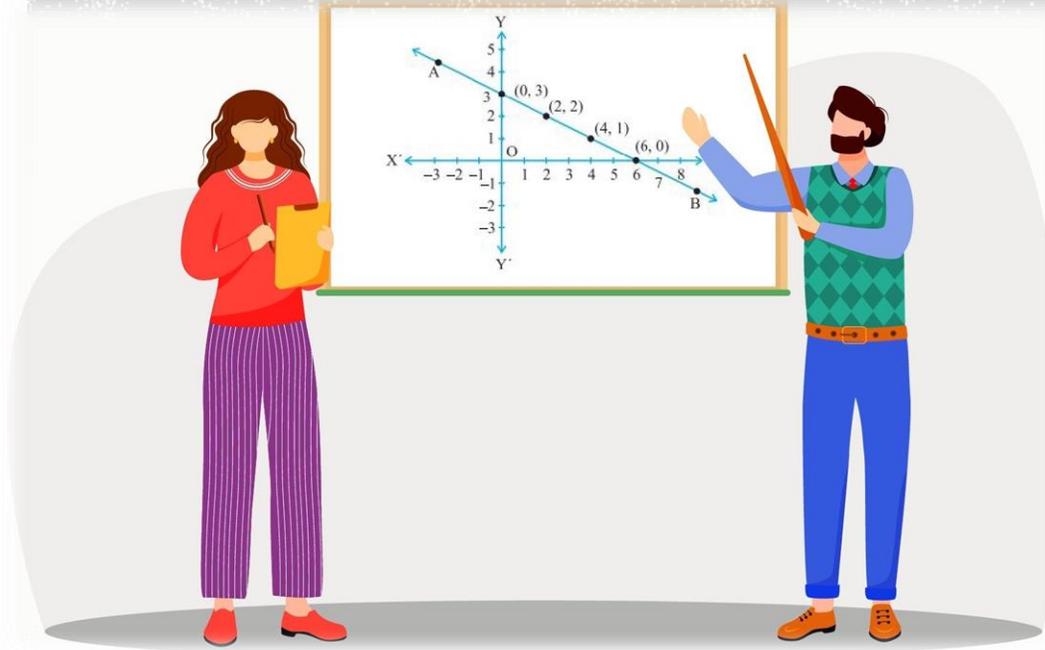


المعادلة الخطية بمتغيرين - الميل -



الصف : الثامن
المعلم : ريتا بقاعين

المعادلة الخطية بمتغيرين

الصورة القياسية للمعادلة الخطية هي:

$$Ax + By = C$$

حيث $A \geq 0$ ، ولا تكون قيمتا A و B معاً صفراً، حيث A, B, C أعداد صحيحة

أحد ما إذا كانت كل معادلة مما يأتي خطية أم لا، وإذا كانت كذلك أكتبها على

الصورة القياسية:

1 $2x = 7y$ ←

$$2x - 7y = 0$$

2 $y = 1 - x$ ⊗

3 $9xy + 11x = 6$ ⊗

4 $(\frac{7}{5}x = -4) * 5$ ←

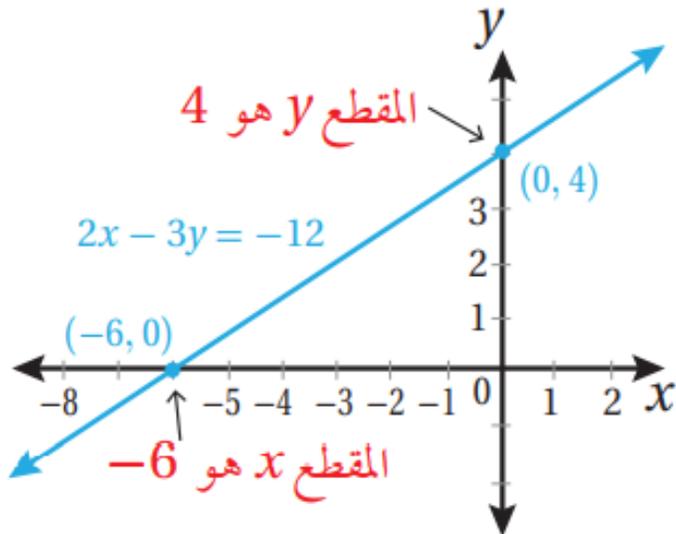
$$7x + 0y = -20$$



5 $2x = 1 - 3y$
 $2x + 3y = 1$

6 $x^2 - 8y = 3$

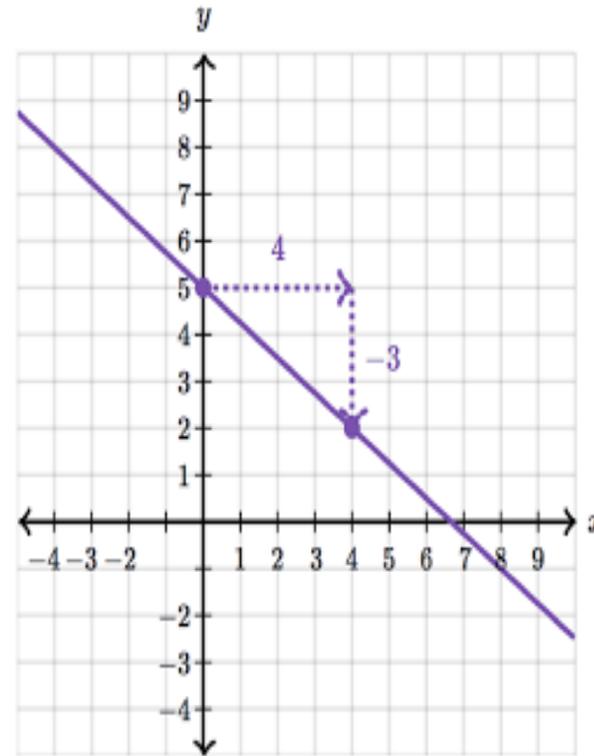
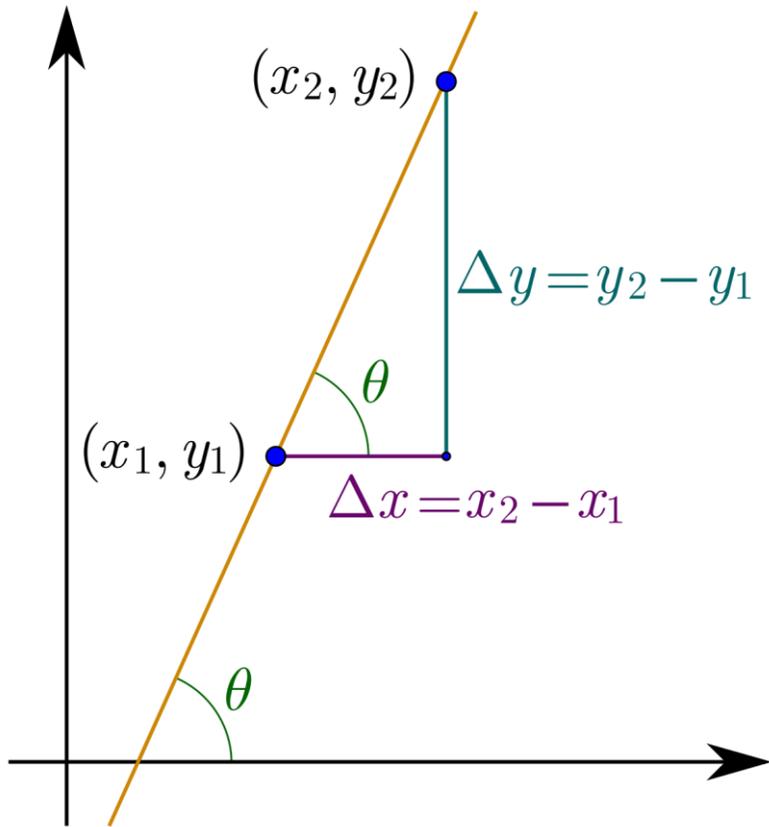
7 $(\frac{1}{5}y = 2) \times 5$
 $y + 0x = 10$



يُسَمَّى الإحداثي x للنقطة التي يقطعُ عندها المستقيمُ المحورَ x **المقطع x**
 (x-intercept)، ويُسَمَّى الإحداثي y للنقطة التي يقطعُ عندها المستقيمُ
 المحورَ y **المقطع y** (y-intercept)

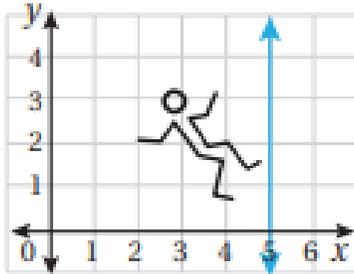


تعريف الميل



$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

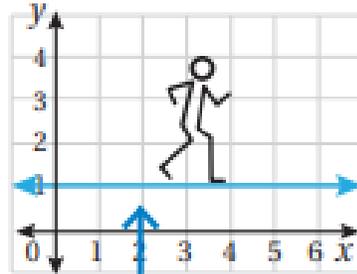
المَيْلُ غيرُ مُعرَّفٍ



مستقيم عمودي

$$\Delta x = 0$$

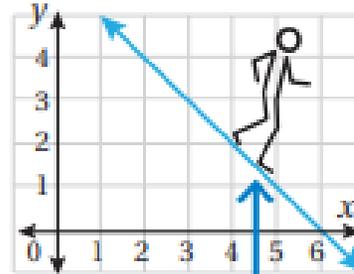
المَيْلُ صفرٌ



مستقيم أفقي

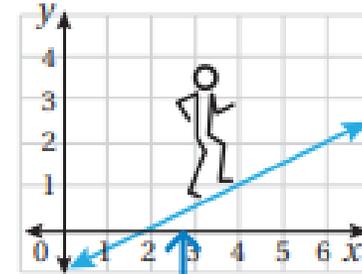
$$\Delta y = 0$$

المَيْلُ سالبٌ



ينحدرُ المستقيمُ إلى
الأسفلِ عندَ التحركِ
منَ اليسارِ إلى اليمينِ

المَيْلُ موجبٌ



يرتفعُ المستقيمُ إلى
الأعلى عندَ التحركِ
منَ اليسارِ إلى اليمينِ



مثال 1 : جد ميل المستقيم المار بالنقطتين التاليتين

x_1	y_1	x_2	y_2
$(-1, -3)$		$(2, -5)$	

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad m = \frac{-5 - (-3)}{2 - (-1)}$$

$$m = \frac{-5 - (-3)}{2 - (-1)} = \frac{-5 + 3}{2 + 1} = \frac{-2}{3}$$

$(-5, 3)$ and $(2, 1)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

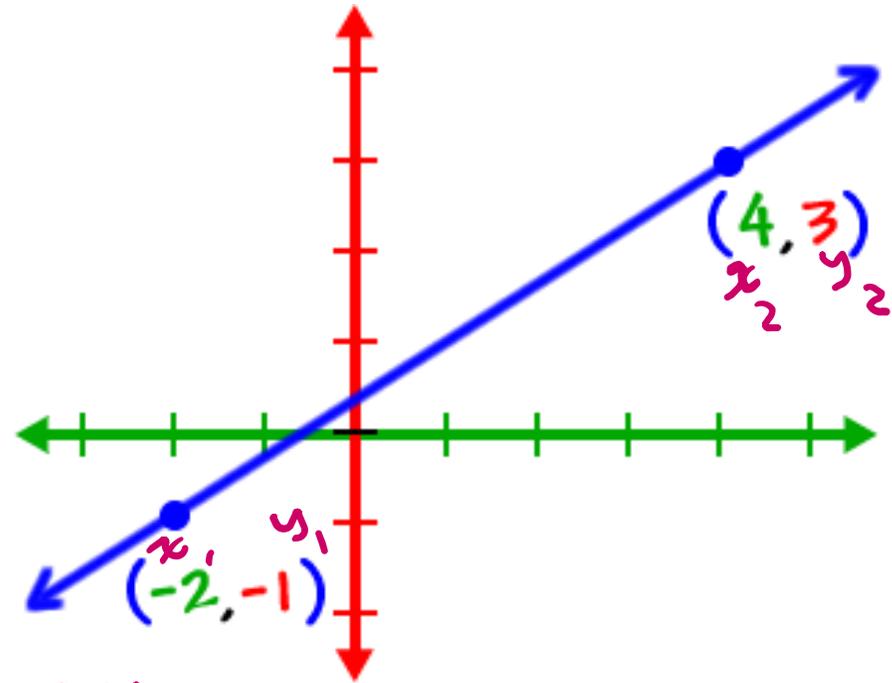
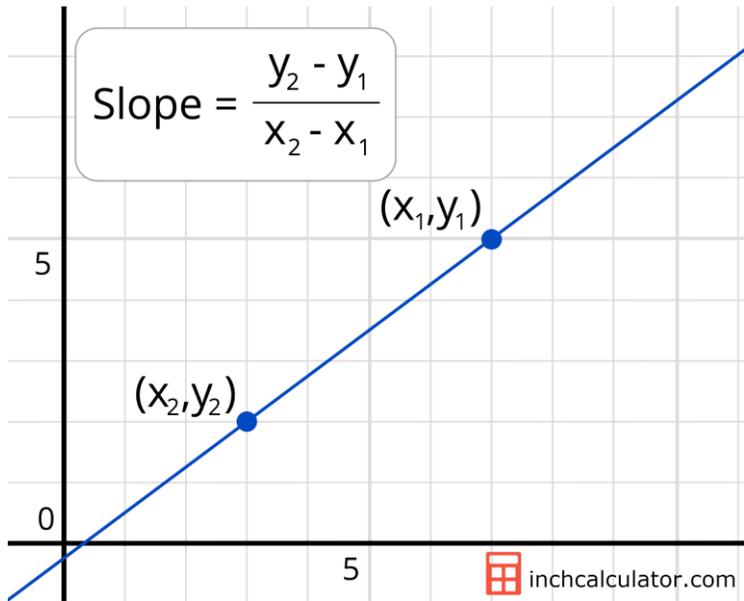
$$m = \frac{1 - 3}{2 - (-5)}$$

$$m = \frac{1 - 3}{2 + 5}$$

$m = \frac{-2}{7}$

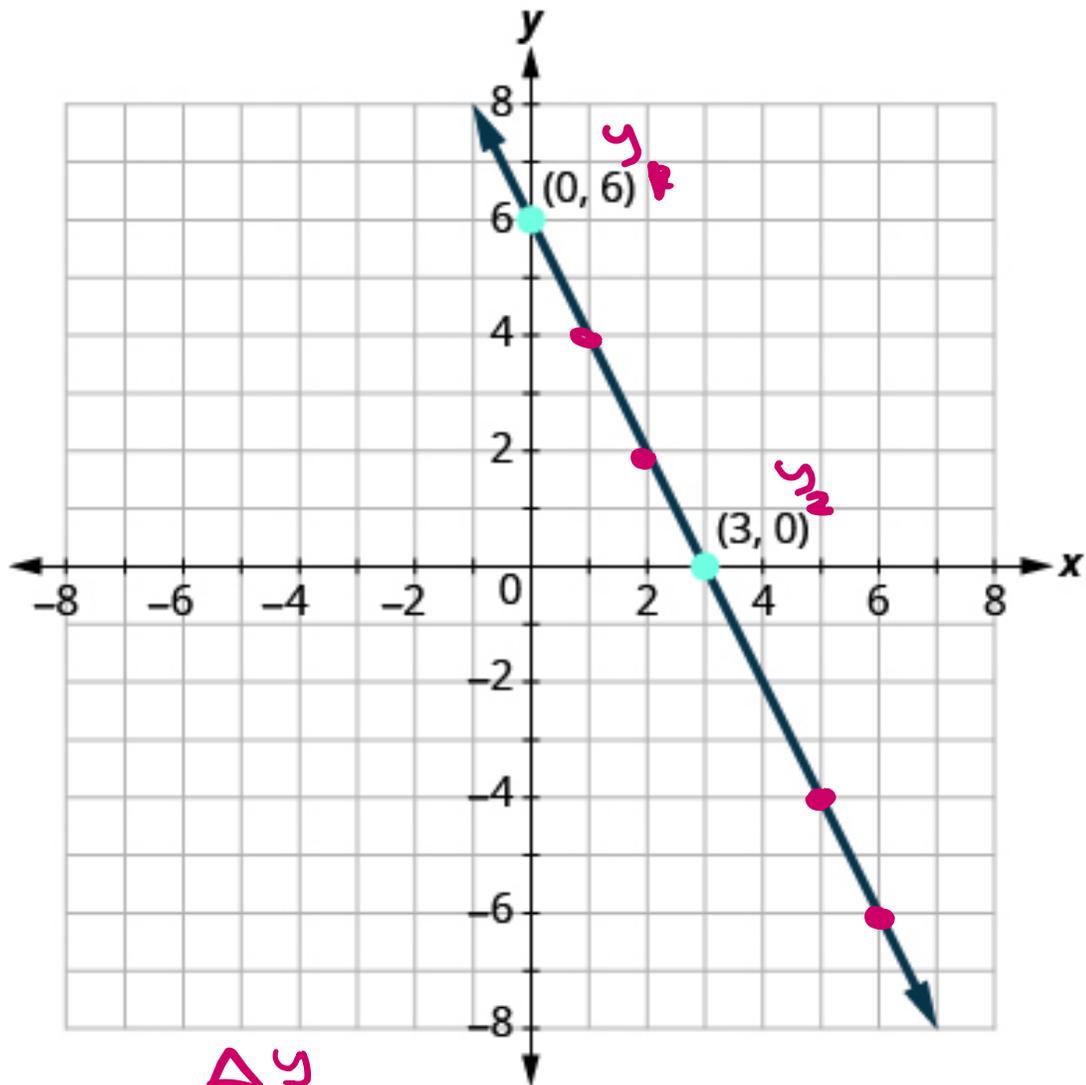


مثال 2: جد ميل المستقيم الممثل بيانيا

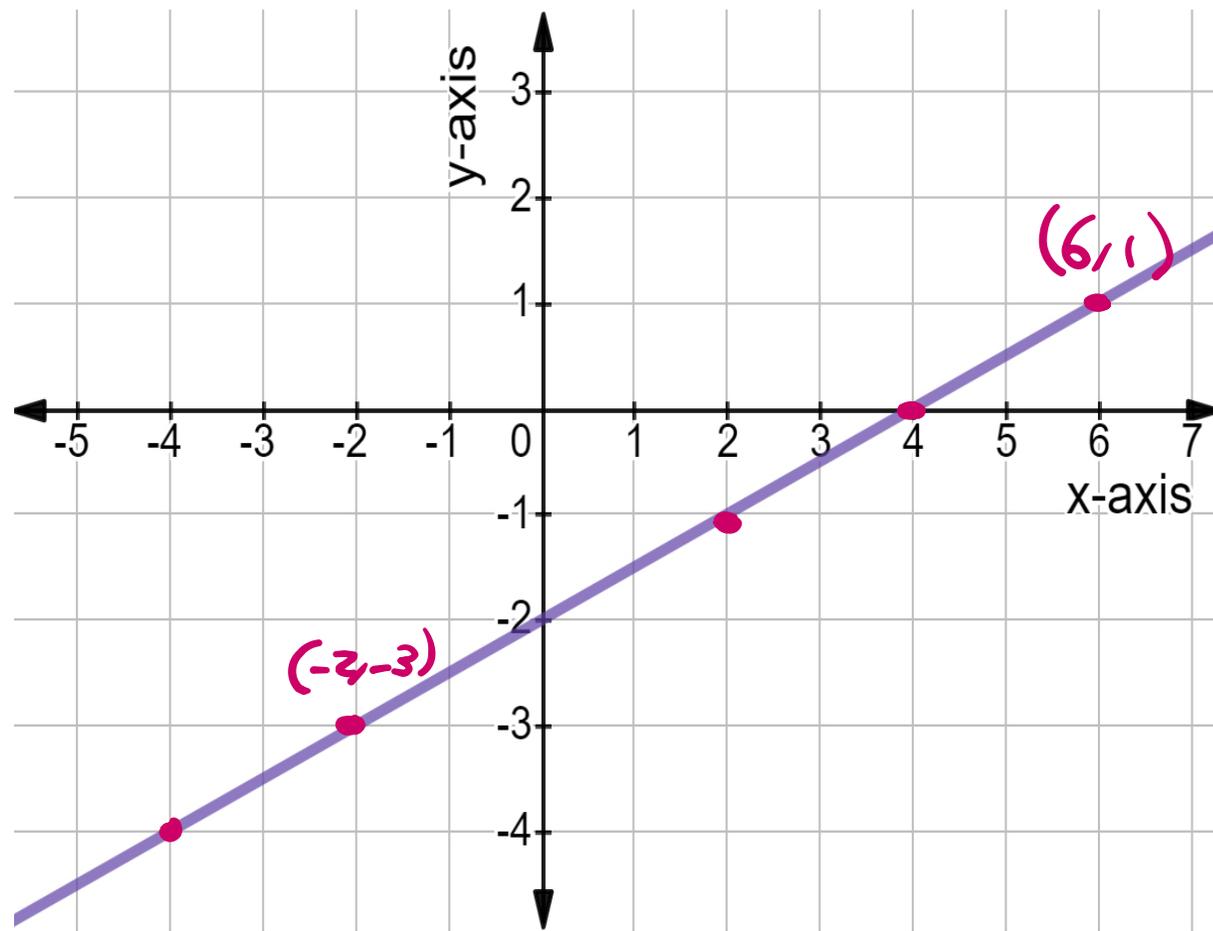


$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$
$$= \frac{3 - (-1)}{4 - (-2)} = \frac{4}{6} = \boxed{\frac{2}{3}}$$





$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0 - 6}{3 - 0} = \frac{-6}{3} = -2$$



$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1 - (-3)}{6 - (-2)} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$



الميل من معادلة الخط المستقيم

$$y = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{slope}}}{m}x + \underset{\substack{\uparrow \\ \text{y-intercept}}}{b}$$

$$y = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{slope}}}{3}x - \underset{\substack{\uparrow \\ \text{y-intercept}}}{5}$$

$$y = \frac{7}{2}x - 3$$

Since it's in $y = mx + b$ form, we can easily see that the slope is $\frac{7}{2}$.

$$\begin{array}{r} 2x + y = 5 \\ -2x \quad -2x \\ \hline \end{array}$$

$$y = -2x + 5$$

The slope is -2 .



$$y = mx + b$$

ورقة عمل الميل 2 :

- أجد ميل المستقيم الذي مقطعه الصادي يساوي 2 ، و يمر بالنقطة $(4, 6)$...

$$6 = 4m + 2 \Rightarrow 4 = 4m \Rightarrow m = 1$$

- أجد المقطع الصادي للمستقيم الذي ميله $\frac{1}{3}$ يمر بالنقطة $(-6, 2)$.

$$y = mx + b$$

$$2 = \frac{1}{3}(-6) + b$$

$$\Rightarrow 2 = -2 + b \Rightarrow b = 4$$

- أجد معادلة المستقيم المار بالنقطتين $(-2, 4)$ و $(3, -1)$

$$1) m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4 - (-1)}{-2 - 3} = \frac{5}{-5} = -1$$

$$y = mx + b$$



2) مختار اُيَزِدِج $(-2, 4)$
رَبْتِ مَبْرُ

$$y = -1x + b$$

$$4 = -1(-2) + b$$

$$4 = 2 + b$$

$$-2 \quad -2$$

$$2 = b$$

3) $y = \overset{m}{-}x + \underset{b}{2}$



أتحقق من فهمي:

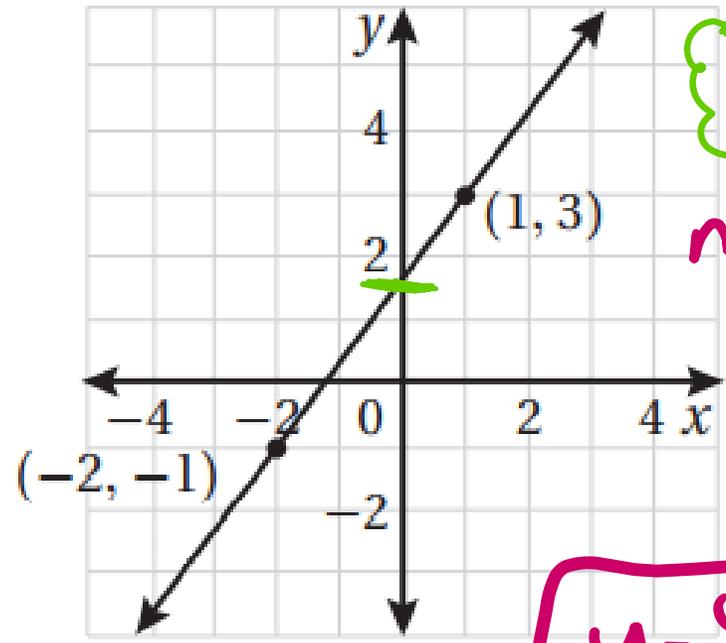
المقطع y ← $y = mx + b$

أكتب معادلة المستقيم الممثل بيانياً في كل شكل مما يأتي بصيغة الميل والمقطع:

من الرسم

من الرسم

2



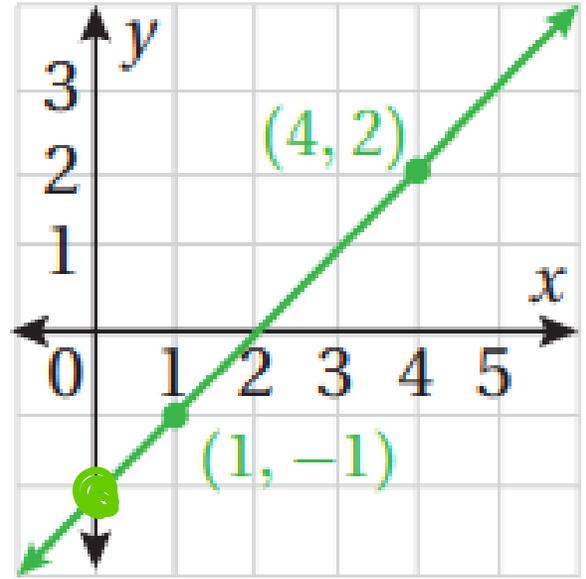
$b = 1.5$

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$= \frac{3 - (-1)}{1 - (-2)} = \frac{4}{3}$$

$$y = \frac{4}{3}x + 1.5$$

3



$b = -2$

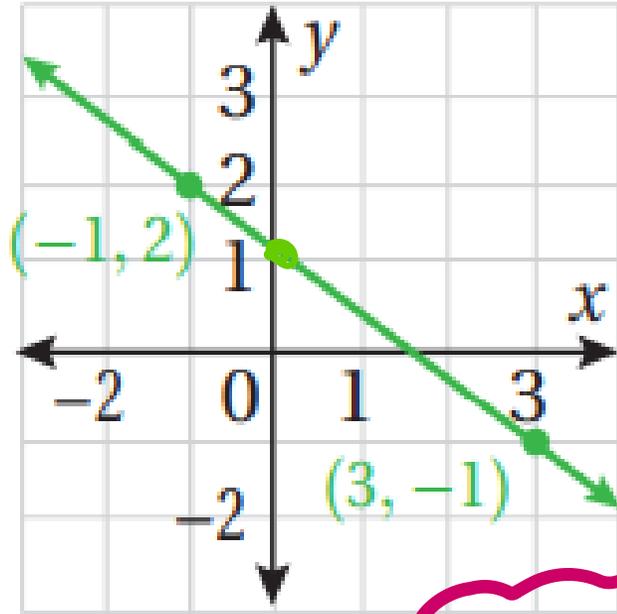
$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$= \frac{2 - (-1)}{4 - 1} = \frac{3}{3} = 1$$

$$y = x - 2$$



4



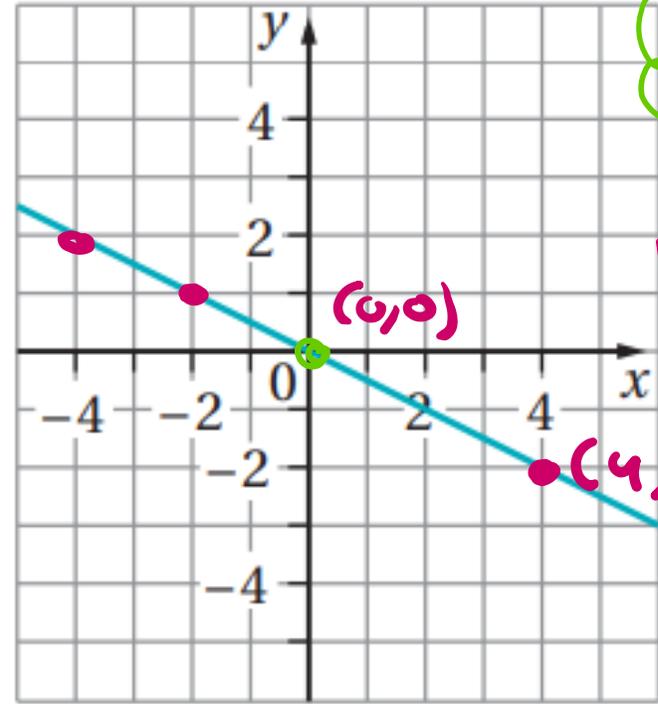
$$b = 1$$

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2 - (-1)}{-1 - 3}$$

$$m = \frac{3}{-4} = -\frac{3}{4}$$

$$y = -\frac{3}{4}x + 1$$

5



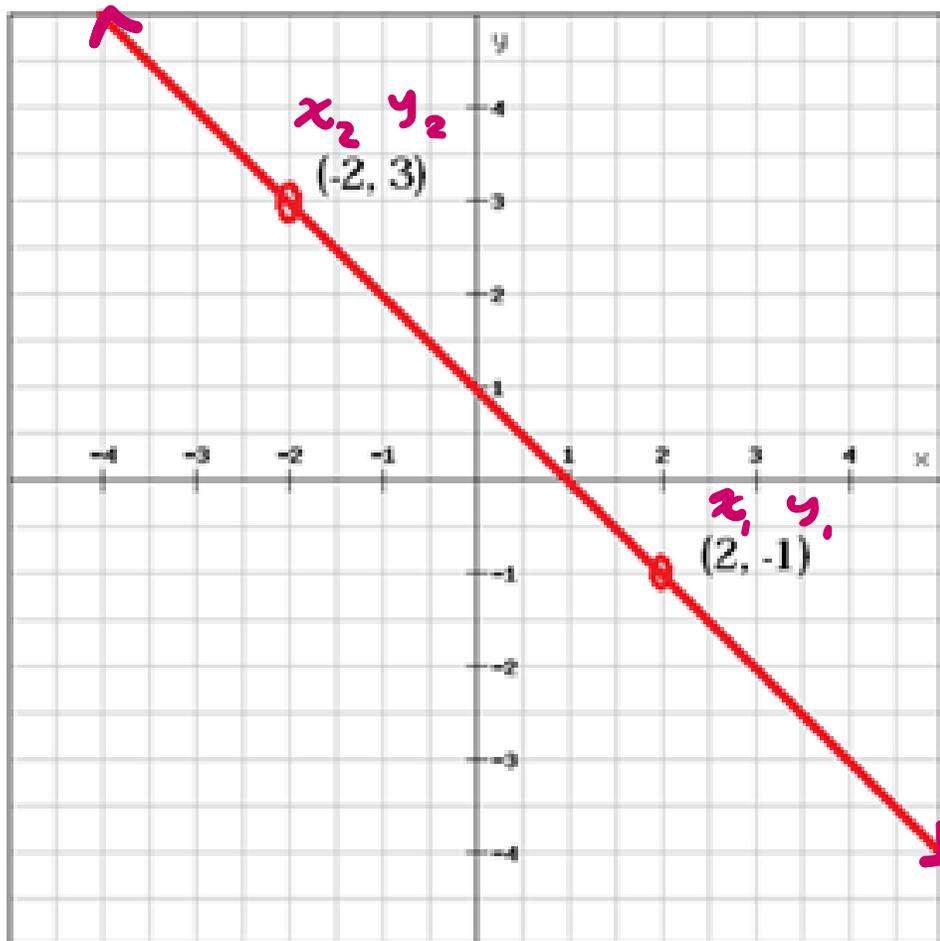
$$b = 0$$

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-2 - 0}{4 - 0} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$y = -\frac{1}{2}x$$



تدريب : جد الميل في الحالات التالية :



$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$
$$= \frac{3 - (-1)}{-2 - 2} = \frac{4}{-4}$$
$$m = -1$$



ضع دائرة

$$(x_1, y_1) \quad (x_2, y_2)$$

$$(7, \underline{-2}) \quad (-5, \underline{-2})$$

$$\Delta y = 0$$

$$m = 0$$



$$x_1, y_1 \quad x_2, y_2$$

$$(8, 2) \text{ and } (-7, -1)$$

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$= \frac{-1 - 2}{-7 - 8}$$

$$= \frac{-3}{-15} = \frac{1}{5}$$



$$y = -3x + 3$$

$$y = mx + b$$

$$m = -3$$

$$8y = -2x - 24$$

8 8 8

$$y = \frac{-1}{4}x - 3$$

$$m = \frac{-1}{4}$$

$$y = -x + 3$$

$$y = mx + b$$

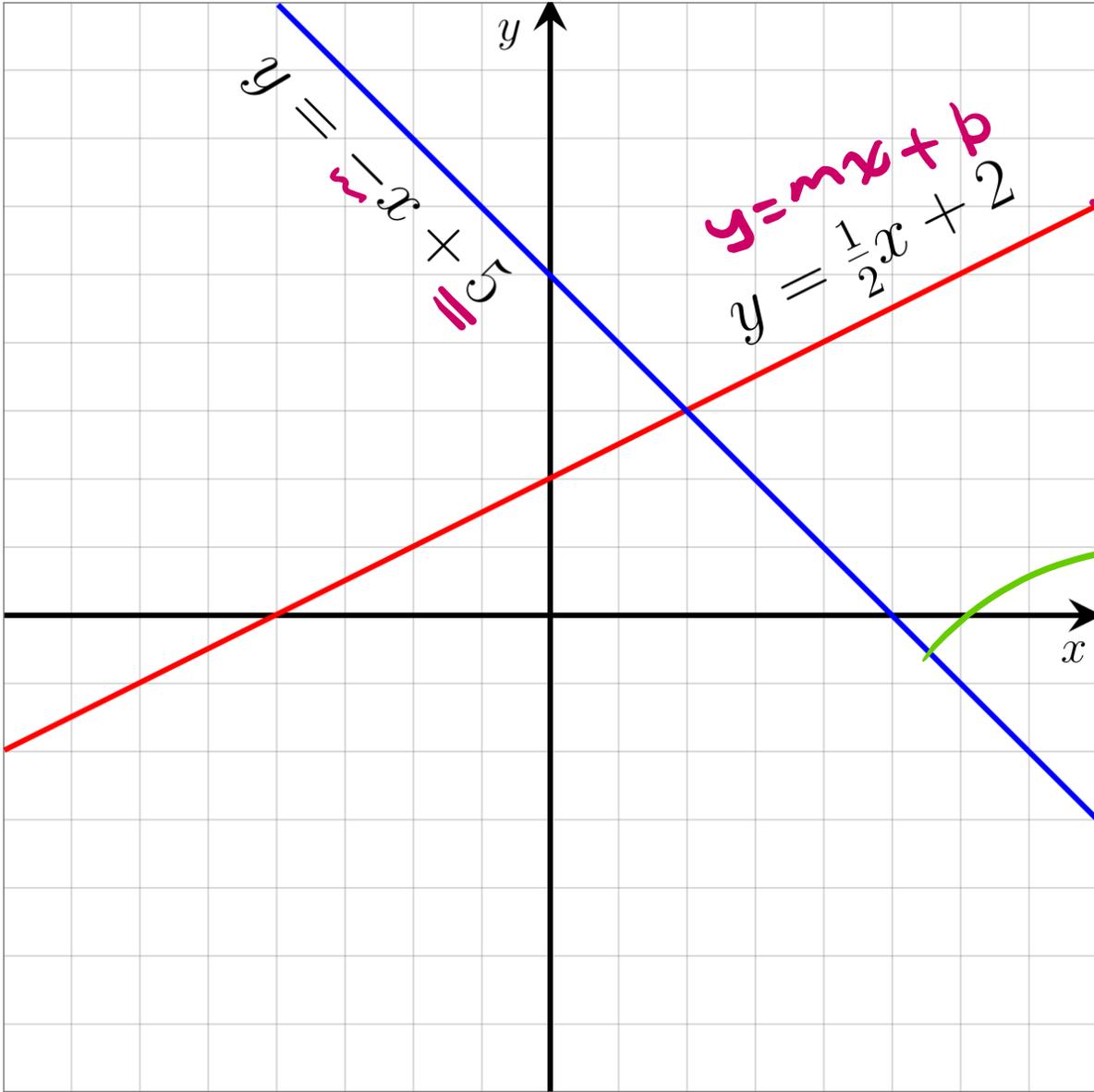
$$m = -1$$

$$5x - 7y = 12$$

$$\frac{-7y}{-7} = \frac{12}{-7} - \frac{5x}{-7}$$

$$y = -\frac{12}{7} + \frac{5}{7}x$$

$$m = \frac{5}{7}$$



y-int

المقطع الصادي b	الميل m
2	$\frac{1}{2}$
5	-1



$$y = mx + b$$

$$1) x + y = 15$$

$$y = 15 - x$$

$$2) 3x + 4y = 12$$

$$\frac{4y}{4} = \frac{12 - 3x}{4} \rightarrow y = 3 - \frac{3}{4}x$$

$$3) y = -2x$$

$$4) x - 2y = 5$$

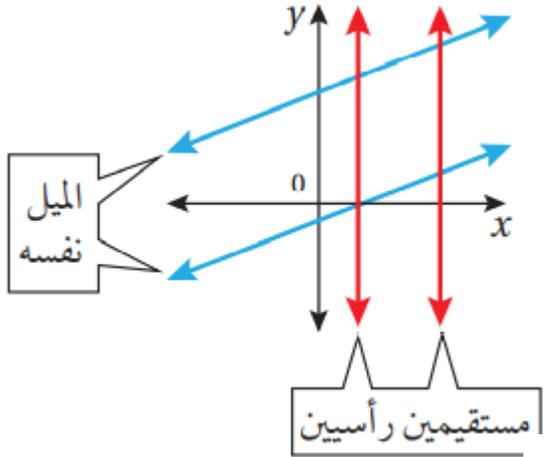
$$\frac{-2y}{-2} = \frac{5 - x}{-2}$$

$$y = -\frac{5}{2} + \frac{x}{2}$$

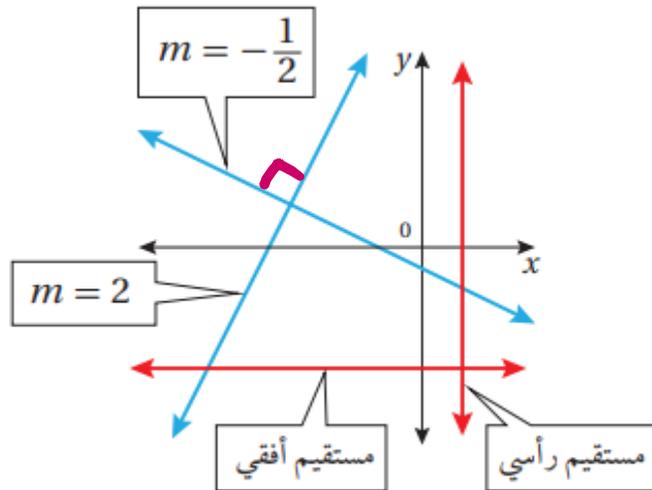
المقطع الصادي	الميل
1) 15	-1
2) 3	$-\frac{3}{4}$
3) 0	-2
4) $-\frac{5}{2}$	$\frac{1}{2}$



الميل في حالاتي المستقيمتين المتوازيتين و المتعامدة



يُسَمَّى المستقيمانِ الواقعانِ في المستوى نفسه ولا يقطعُ أحدهما الآخرَ **مستقيمتين متوازيين** (parallel lines)، ويكونُ لهما الميل نفسه. والمستقيمتانِ الرأسيةُ جميعها متوازيتان.



يُسَمَّى المستقيمانِ اللذانِ يتقاطعانِ مُكوِّنينِ زوايا قوائمَ **مستقيمتين متعامدين** (perpendicular lines). ويكونُ ميلُ أحدهما **معكوس مقلوب** (opposite reciprocals) ميلِ الآخرِ، وهذا يعني أن حاصل ضربِ ميلَيْهما يساوي -1 والمستقيمتانِ الرأسيةُ والأفقيةُ متعامدتان.

تدريب 1 : جد ميل المستقيم الذي يوازي
المستقيم الذي معادلته $-3x + 4y = 32$ ^{m_2}
؟؟

$$4y = 32 + 3x$$

$$y = 8 + \frac{3}{4}x$$

$$m_1 = \frac{3}{4}$$

$$m_2 = \frac{3}{4}$$

لأن ميل المستقيمان
المتوازيين متساوي



تدريب 2: جد ميل المستقيم الذي يعامد ^{m_2} المستقيم الذي معادلته
 $x + 4y - 9 = 0$ ؟؟

$$4y = 9 - \frac{x}{4}$$

$$y = \frac{9}{4} - \frac{x}{4}$$

$$y = mx + b$$

$$m_1 = \frac{1}{4}$$

$$m_2 = 4$$

مقلوب
مقلوب



تدريب 3 :

<p>معادلة المستقيم</p> <p>$L: y = mx + b$</p> <p>m</p>	<p>ميل المستقيم الذي يوازي المستقيم</p> <p>L</p> <p>متساويان</p>	<p>ميل المستقيم الذي يعامد المستقيم</p> <p>L</p> <p>معاكس عكوب</p>
<p>$y = \frac{1}{2}x - 10$</p> <p>$m = \frac{1}{2}$</p>	<p>$m_2 = \frac{1}{2}$</p>	<p>$m_3 = -2$</p>
<p>$2y = 5x - 3$</p> <p>$m = \frac{5}{2}$</p>	<p>$m_2 = \frac{5}{2}$</p>	<p>$m_3 = -\frac{2}{5}$</p>
<p>$3x - 4y = -4$</p> <p>$m = \frac{3}{4}$</p> <p>$-4y = -4 - 3x$</p> <p>$\frac{-4y}{-4} = \frac{-4 - 3x}{-4}$</p>	<p>$m_2 = \frac{3}{4}$</p>	<p>$m_3 = -\frac{4}{3}$</p>



الموازي

التعامد

تدريب 4:

أحدُّ ما إذا كان المستقيمان \overleftrightarrow{AB} و \overleftrightarrow{CD} متوازيين أو متعامدين أو غير ذلك، حيث $A(1, 1)$, $B(-1, -5)$, $C(3, 2)$, $D(6, 1)$

$$m_{\overleftrightarrow{AB}} = \frac{-5-1}{-1-1} = \frac{-6}{-2} = 3$$

$$m = 3$$

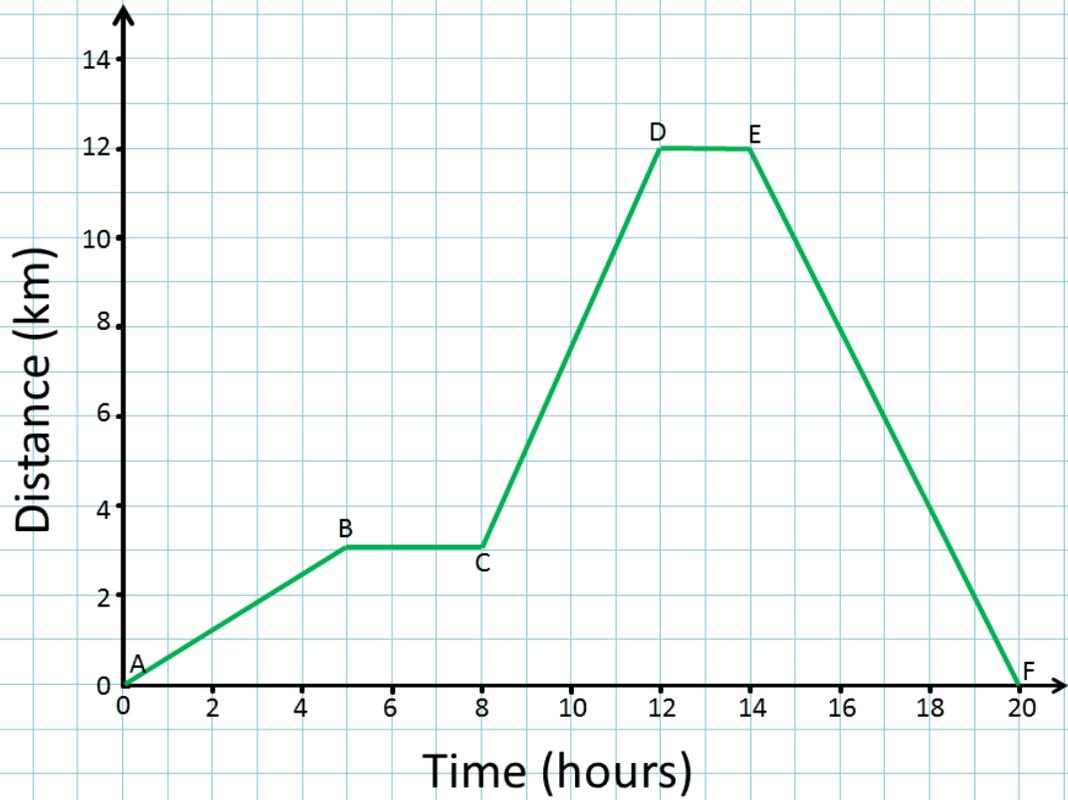
$$m_{\overleftrightarrow{CD}} = \frac{1-2}{6-3} = \frac{-1}{3}$$

$$m = -\frac{1}{3}$$

m_1 مقلوب m_2
التعامد
 $\overleftrightarrow{CD} \perp \overleftrightarrow{AB}$



الميل في حياتنا



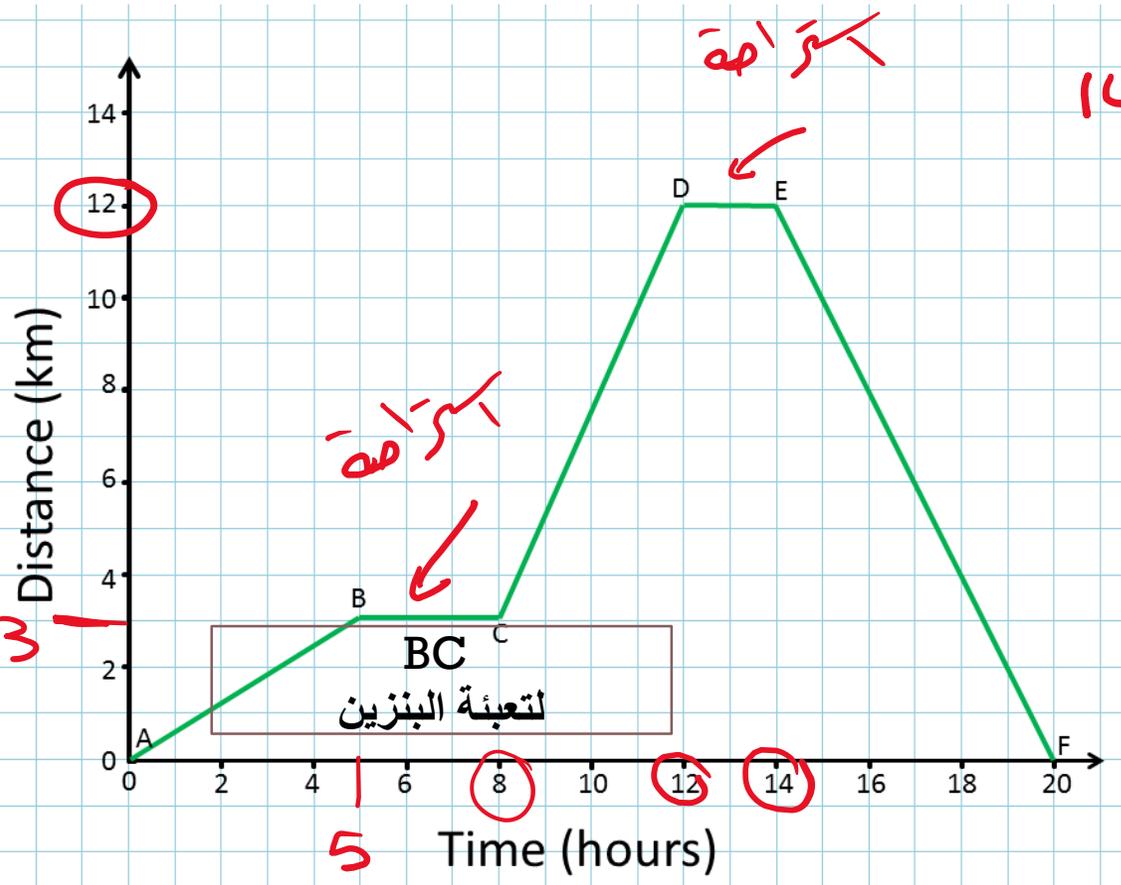
ويمكن إيجاد سرعة الجسم (S) بقسمة التغير في المسافة ($y_2 - y_1$) على التغير في الزمن ($x_2 - x_1$) إذن:

$$S = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

ألاحظ أن صيغة السرعة تشبه صيغة الميل، إذن سرعة الجسم تساوي ميل منحنى المسافة = الزمن.



يُبينُ التمثيلُ البيانيُّ المجاورُ رحلةَ أحمدَ بسيارته من منزله إلى مطارِ الملكةِ علياءَ ليقبَلَ بها أخاهُ العائدَ من السفرِ، حيثُ مكثَ بعضَ الوقتِ في المطارِ انتظارًا لوصولِ أخيه، ثمَّ عادا معًا إلى المنزلِ.



ما المسافةُ بينَ منزلِ أحمدَ ومطارِ الملكةِ علياءَ؟

14km

كمَ أمضى أحمدُ من الوقتِ في المطارِ؟

$DE \leftarrow$
 $14 - 12 = 2h$

كم من الوقتِ اخذ استراحة طول الرحلة؟

$(8 - 5) + 2 \leftarrow$
 $3 + 2 = 5h$

أجد سرعة السيارة عند المسار CD

$S = m$

$= \frac{12 - 3}{12 - 8} = \frac{9}{4} = 2.25 \text{ Km/h}$

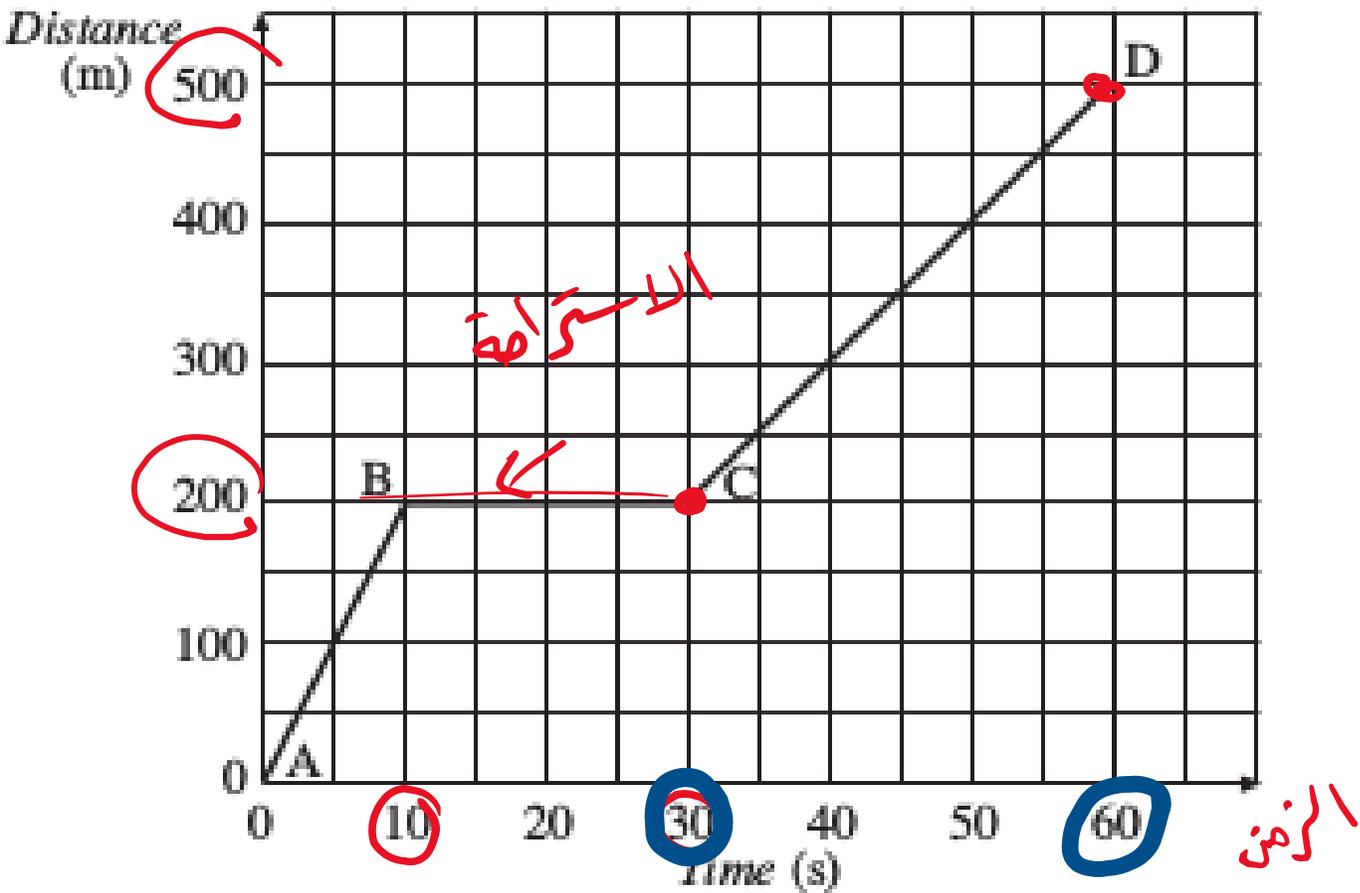


(1) أجد المسافة الكلية: 500 m

(2) جد مدة الأستراحة: $30 - 10 = 20\text{ s}$

(3) احسب السرعة عند المسار CD

المسافة



$$S = m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta d}{\Delta t}$$

$$= \frac{500 - 200}{60 - 30}$$

$$= \frac{300}{30} = 10 \text{ m/s}$$

$$= \frac{300}{30} = 10 \text{ m/s}$$

